

Domáca úloha č. 4

(Termín odovzdania úlohy: **do pondelka 24. apríla 2023, 9:50.**)

*Faktorom*¹ neorientovaného grafu rozumieme graf na rovnakej množine vrcholov, ktorého množina hrán je daná nejakou (nie nutne vlastnou) podmnožinou množiny hrán pôvodného grafu. Každý faktor grafu teda vznikne odstránením niekoľkých hrán pôvodného grafu (kde niekoľko môže byť aj nula) za ponechania všetkých pôvodných vrcholov.

Pre nenulové prirodzené číslo k nazveme neorientovaný graf *hranovo k -súvislým*, ak je tento graf súvislý² a súčasne zostane súvislým aj po odobraní ľubovoľnej množiny *menej ako k* hrán. Pojem hranovej 1-súvislosti tak splýva so súvislosťou; napríklad každá cesta dĺžky $n \geq 1$ je hranovo 1-súvislá, ale nie je hranovo 2-súvislá a každá kružnica dĺžky $n \geq 3$ je hranovo 2-súvislá, ale nie je hranovo 3-súvislá.

Pod *hranovo k -súvislým faktorom* grafu rozumieme faktor grafu, ktorý je sám o sebe hranovo k -súvislým grafom. Pod *najmenším hranovo k -súvislým faktorom* grafu rozumieme jeho hranovo k -súvislý faktor, ktorý má najmenej hrán spomedzi všetkých hranovo k -súvislých faktorov daného grafu. Najmenší hranovo k -súvislý faktor nemusí byť určený jednoznačne.

Cieľom tejto úlohy je pomocou prehľadávania s návratom nájsť pre dané prirodzené $k \geq 1$ ľubovoľný spomedzi najmenších hranovo k -súvislých faktorov daného neorientovaného grafu.

Priložený ZIP archív obsahuje balík `graphs` a v ňom všetky triedy pre grafy z prednášky, ako aj kosť triedy `MinimumKEdgeConnectedSpanningSubgraph`, ktorá má realizovať – pre daný neorientovaný graf g a nenulové prirodzené číslo k – hľadanie ľubovoľného spomedzi najmenších hranovo k -súvislých faktorov grafu g . V triede `MinimumKEdgeConnectedSpanningSubgraph` implementujte:

- Konštruktor, ktorý dostane ako argumenty neorientovaný graf g bez slučiek a nenulové prirodzené číslo k . Môžete predpokladať korektnosť oboch týchto argumentov. V rámci konštruktora sa spustí prehľadávanie s návratom, ktoré nájde niektorý spomedzi najmenších hranovo k -súvislých faktorov grafu g a nájdený faktor sa uloží do vhodnej premennej inštancie tejto triedy.
- Metódu `public UndirectedGraph getMinimumKEdgeConnectedSpanningSubgraph()`, ktorá na výstupe vráti nájdený najmenší hranovo k -súvislý faktor reprezentovaný inštanciou triedy implementujúcej rozhranie `UndirectedGraph`. V prípade, že neexistuje žiaden hranovo k -súvislý faktor daného grafu, vráti táto metóda na výstupe referenciu `null`. V rámci tejto metódy *nepúšťajte* prehľadávanie s návratom nanovo, ale využite výstup prehľadávania spusteného už v rámci konštruktora.

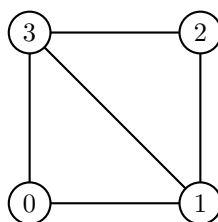
Okrem toho môžete v triede `MinimumKEdgeConnectedSpanningSubgraph` definovať aj ďalšie pomocné metódy a súkromné premenné. V prípade potreby tiež môžete do balíka `graphs` doprogramovať aj úplne nové triedy. Hodnotiť sa bude aj programátorský štýl a dodržiavanie konvencií jazyka Java.

Prehľadávajte naozaj vždy iba faktory grafu, ktorý dostanete ako argument konštruktora. Špeciálne teda *neprehľadávajte* všetky grafy s rovnakým počtom vrcholov.

Overovanie hranovej k -súvislosti grafu možno realizovať rôznymi spôsobmi. Stačiť bude aj najpriamočiarejší prístup, pri ktorom sa postupne vyskúšajú všetky možnosti odobrania k -prvkovej množiny hrán a skontroluje sa, či sú výsledné grafy súvislé. Dajte si pozor na okrajový prípad grafu pozostávajúceho z jediného vrcholu, ktorý je hranovo k -súvislý pre všetky k .

Na testovač odovzdávajte ZIP archív obsahujúci priečinok `graphs` a v ňom všetky triedy tohto balíka.

Príklad. Uvažujme neorientovaný graf na nasledujúcom obrázku.



¹V angličtine sa namiesto termínu *factor* častejšie používa termín *spanning subgraph*.

²Každá dvojica vrcholov grafu je teda spojená cestou.

Jeho (v tomto prípade jediným) najmenším hranovo 2-súvislým faktorom je graf na nasledujúcom obrázku.

