

Príprava na skúšku

Úloha č. 4: Úplné vrcholové farbenia

Nech $k \geq 1$ je prirodzené číslo. Pod (*vrcholovým*) k -*farbením* neorientovaného grafu rozumieme zobrazenie, ktoré každému vrcholu grafu priradí číslo – takzvanú *farbu* – z množiny $\{0, \dots, k-1\}$ tak, aby všetky hrany v grafe viedli medzi vrcholmi s rôznymi farbami. Pre graf s množinou vrcholov V teda ide o zobrazenie $f: V \rightarrow \{0, \dots, k-1\}$ také, že $f(u) \neq f(v)$ kedykoľvek v grafe vedie hrana z vrcholu u do vrcholu v . Pre grafy so slučkami teda špeciálne neexistuje žiadne k -farbenie bez ohľadu na k .

Vrcholové k -farbenie neorientovaného grafu ďalej nazveme *úplným*, ak pre každú dvojicu rôznych farieb z množiny $\{0, \dots, k-1\}$ existuje v danom grafe hrana, ktorej koncové vrcholy sú ofarbené týmito dvoma farbami. *Achromatickým číslom* neorientovaného grafu bez slučiek potom nazveme *najväčšie* k také, že existuje úplné vrcholové k -farbenie daného grafu.¹

Pod (úplným) vrcholovým farbením rozumieme (úplné) vrcholové k -farbenie pre nejaké ľubovoľné $k \geq 1$.

Priložený ZIP archív obsahuje balík `graphs` a v ňom všetky triedy pre grafy z prednášky, ako aj kostru triedy `CompleteColourings`. Doprogramujte do triedy `CompleteColourings` konštruktor, ktorý ako vstup dostane neorientovaný graf bez slučiek `g` a nájde preň:

- Všetky úplné vrcholové farbenia grafu `g` (napríklad pomocou prehľadávania s návratom).
- Achromatické číslo grafu `g` (napríklad skúmaním počtov farieb v jednotlivých nájdených úplných farbieniach).

Ďalej implementujte telá nasledujúcich dvoch metód:

- Metódy `getCompleteColourings`, ktorá vráti úplné vrcholové farbenia nájdené konštruktorom v podobe nemodifikovateľného zoznamu nemodifikovateľných zoznamov celých čísel. Každé úplné vrcholové farbenie grafu o n vrcholoch má byť reprezentované nemodifikovateľným zoznamom celých čísel dĺžky n , ktorý pre $v = 0, \dots, n-1$ obsahuje na v -tej pozícii farbu priradenú daným farbením vrcholu v . Výstupom metódy má potom byť nemodifikovateľný zoznam všetkých takýchto zoznamov reprezentujúcich jednotlivé úplné vrcholové farbenia. Úplné farbenia môžu byť vo výstupnom zozname uvedené v ľubovoľnom poradí, avšak každé z nich by malo byť prvkom tohto zoznamu práve raz.
- Metódy `getAchromaticNumber`, ktorá vráti achromatické číslo grafu vypočítané v konštruktoze.

V prípade potreby môžete v triede `CompleteColourings` implementovať aj ďalšie pomocné metódy, deklarovať premenné, či importovať ďalšie (štandardné) balíky.

Na testovač odovzdávajte iba súbor `CompleteColourings.java` obsahujúci zdrojový kód vami doplnenej triedy.

¹Evidentne ide o kladné prirodzené číslo, ktoré nikdy nemôže byť väčšie, než počet vrcholov grafu.