

Test č. 4, úloha č. 2

Táto úloha je zameraná na hľadanie topologických usporiadaní v grafoch, v ktorých je každému vrcholu navyše priradená nejaká celočíselná priorita. Topologické usporiadanie $[v_1, \dots, v_n]$ orientovaného grafu o n vrchoch s prioritami vrcholov pre účely tejto úlohy nazveme *optimálnym*, ak je splnená nasledujúca vlastnosť: pre $k = 1, \dots, n$ je vrchol v_k zakaždým niektorým z vrcholov s *maximálnou* prioritou, ktorými možno predĺžiť zoznam $[v_1, \dots, v_{k-1}]$ tak, aby nebola porušená vlastnosť topologického usporiadania. Inými slovami: $[v_1, \dots, v_n]$ reprezentuje permutáciu množiny vrcholov $\{0, \dots, n-1\}$ a pre všetky $k \in \{1, \dots, n\}$ je v_k vrchol taký, že:

- (i) Všetky vrcholy, z ktorých do vrcholu v_k vedie v grafe hrana, sú medzi vrcholmi $v_1, \dots, v_{k-1}$.
- (ii) Žiaden iný vrchol spĺňajúci (i) a rôzny od vrcholov $v_1, \dots, v_{k-1}$ nemá vyššiu prioritu ako vrchol v_k .

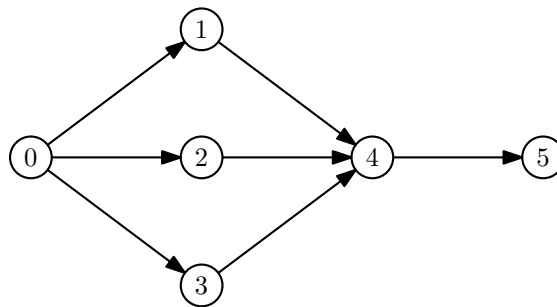
Priložený archív obsahuje balík graphs s triedami z prednášky a kostru triedy `OptimalTopologicalOrder`. Doprogramujte do triedy `OptimalTopologicalOrder` telo statickej metódy

```
public static List<Integer> optimalTopologicalOrder(DirectedGraph g,  
List<Integer> vertexPriorities),
```

ktorá pre daný orientovaný graf g o n vrchoch a zoznam `vertexPriorities` postupne obsahujúci priority vrcholov $0, \dots, n-1$ vráti na výstupe niektoré z optimálnych topologických usporiadaní grafu g vzhľadom na dané priority vrcholov. V prípade, že neexistuje žiadne topologické usporiadanie grafu g – čiže v prípade, že g nie je orientovaný acyklický graf – by mala byť výstupom tejto metódy referencia `null`. Môžete predpokladať korektnosť obidvoch vstupov tejto metódy.

Na testovač odovzdávajte súbor `OptimalTopologicalOrder.java` obsahujúci kód vašej triedy.

Príklad. Uvažujme orientovaný graf g na nasledujúcom obrázku.



Predpokladajme, že priority jednotlivých vrcholov sú dané zoznamom $[1, 1, 2, 2, 1, 1]$. Možnými optimálnymi topologickými usporiadaniami grafu g sú potom $[0, 2, 3, 1, 4, 5]$ a $[0, 3, 2, 1, 4, 5]$. Napríklad topologické usporiadanie $[0, 2, 1, 3, 4, 5]$ ale nie je optimálne, pretože vrchol 1 tu nespĺňa uvedenú podmienku (ii).